

La logique combinatoire

Les systèmes techniques automatisés utilisent des moyens de communications **de type binaire**

1. Le langage binaire

le **langage binaire** se traduit par deux états possibles : **état haut** , **état bas**.

Exemple en électricité : **24V; état haut . 0V état bas**

Dans un système technique, des composants **fonctionnement sous forme binaire**.

Un tapis roulant **est en marche ou à l'arrêt**

Exemple : Une tige de vérin **est sortie ou rentrée**

Ils sont nommés **variables**

un contacteur **est enclenché ou relâché**

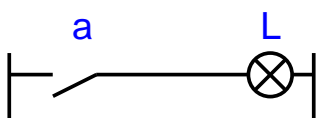
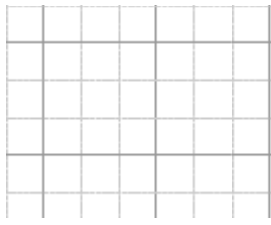
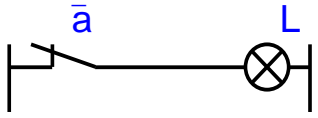
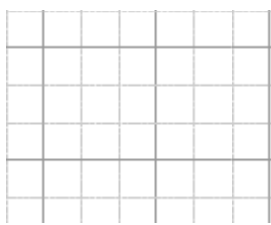
Une variable binaire a 2 logiques :

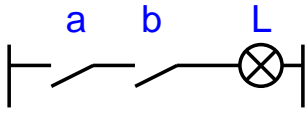

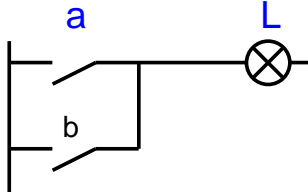
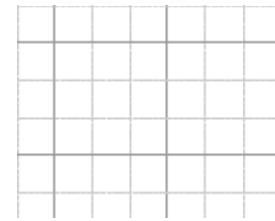
1 (état haut) / 0 (état bas)

		état logique
Un tapis roulant	en marche	1
	à l'arrêt	0
Une tige de vérin	est sortie	1
	est rentrée	0
un contacteur	relâché	0
	enclenché	1

2. LES PRINCIPAUX OPÉRATEURS LOGIQUES

Les 4 opérateurs logiques principaux : OUI , NON, ET, OU

DESIGNATION LOGIQUE	SCHEMA A CONTACT	TABLE DE VERITE et EQUATION	SYMBOLE LOGIQUE						
Opérateur OUI Ou bien Opérateur EGALITE	 <p>a : variable d'entrée L : variable se sortie</p>	<table border="1"> <tr> <td>a</td> <td>L</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>0</td> </tr> </table> <p>$L = a$</p>	a	L	1	1	0	0	
a	L								
1	1								
0	0								
Opérateur NON Ou bien Opérateur NEGATION		<table border="1"> <tr> <td>a</td> <td>L</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> </tr> </table> <p>$L = \bar{a}$</p>	a	L	1	0	0	1	
a	L								
1	0								
0	1								
La sortie est à l'état 1 si, et seulement si, l'entrée est à l'état 1									
La sortie est à l'état 1 si, et seulement si, l'entrée est à l'état 0									

DESIGNATION LOGIQUE	SCHEMA A CONTACT	TABLE DE VERITE et EQUATION	SYMBOLE LOGIQUE															
Opérateur ET Ou bien Opérateur PRODUIT LOGIQUE		<table border="1"> <thead> <tr> <th>a</th> <th>b</th> <th>L</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table> <p>$L = a \cdot b$</p>	a	b	L	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	
a	b	L																
0	0	0																
0	1	0																
1	0	0																
1	1	1																
La sortie est à l'état 1 si, et seulement si, Toutes les entrées sont à l'état 1																		
Opérateur OU Ou Opérateur SOMME LOGIQUE		<table border="1"> <thead> <tr> <th>a</th> <th>b</th> <th>L</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table> <p>$L = a + b$</p>	a	b	L	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	
a	b	L																
0	0	0																
0	1	1																
1	0	1																
1	1	1																
La sortie est à l'état 1 si, et seulement si, Une ou plusieurs entrées sont à l'état 1																		

Remarque : les fonctions logiques ET, OU peuvent avoir 2, 3, 4,jusqu'à n entrées.

3. PROPRIETES DE L'ALGEBRE LOGIQUE

Les propriétés de l'algèbre logique ou **algèbre de Boole** sont les suivantes :

propriété de	
commutativité les équations s'écrivent indifféremment :	Pour le ET : $S = a \cdot b$ ou $S = b \cdot a$
	Pour le OU : $S = a + b$ ou $S = b + a$
associativité	$S = a (b \cdot c) = (a \cdot b) c = a b c$
	$S = a + (b + c) = (a + b) + c = a + b + c$
distributivité	Pour le ET : $a (b + c) = (a b) + (a c)$
	Pour le OU : $a + (b c) = (a + b) (a + c)$

RELATIONS PARTICULIERES

$$\left. \begin{aligned} S &= a \cdot a \\ S &= a + a \\ S &= a \cdot 1 \\ S &= a + 0 \end{aligned} \right\} S = a$$

$$\left. \begin{aligned} S &= a \cdot \bar{a} \\ S &= a \cdot 0 \end{aligned} \right\} S = 0$$

$$\left. \begin{aligned} S &= a + \bar{a} \\ S &= a + 1 \end{aligned} \right\} S = 1$$

RELATIONS FONDAMENTALES

$$a + \bar{a}b = a + b$$

$$a + ab = a$$

$$a \cdot b + \bar{a} \cdot c = ab + \bar{a}c + bc$$

$$a + b \cdot c = (a + b) \cdot (a + c)$$

4. LES OPÉRATEURS LOGIQUES COMPLEMENTAIRES

DESIGNATION LOGIQUE	SCHEMA A CONTACT	TABLE DE VERITE et EQUATION	SYMBOLE LOGIQUE															
Opérateur OU NON Ou bien Opérateur NEGATION du OU		<table border="1"> <tr><td>a</td><td>b</td><td>L</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </table> $L = \overline{a + b}$	a	b	L	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	
a	b	L																
0	0	1																
0	1	0																
1	0	0																
1	1	0																
La sortie est à l'état 1 si, et seulement si toutes les entrées sont à l'état 0.																		
Opérateur ET NON Ou bien Opérateur NEGATION du ET		<table border="1"> <tr><td>a</td><td>b</td><td>L</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </table> $L = \overline{a \cdot b}$	a	b	L	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	
a	b	L																
0	0	1																
0	1	1																
1	0	1																
1	1	0																
La sortie est à l'état 1 si, et seulement si, une ou plusieurs entrées sont à l'état 0																		

5. THEOREME DE MORGAN

Le complément d'une somme logique est égal au produit logique des termes complémentés de cette somme.

$$\overline{a + b} = \bar{a} \cdot \bar{b}$$

Le complément d'un produit logique est égal à la somme logique des termes complémentés de ce produit.

$$\overline{a \cdot b} = \bar{a} + \bar{b}$$